$2200 = 11 \times 200 = 11 \times 16 \times 25 = 11 \times 2^4 \times 5^2$

On fait un arbre (voir plus bas) et on trouve que les diviseurs de 2200 sont 1 ; 2 ; 4 ; 5 ; 8 ; 10 ; 11 ; 20 ; 22 ; 25 ; 40 ; 44 ; 50 ; 55 ; 88 ; 100 ; 110 ; 200 ; 220 ; 275 ; 440 ; 550 ; 1100 et 2200.

$4x - 7y = 9$

On cherche un peu et on trouve que (4 ; 1) est solution (il y en a d'autres).

$4 \times 4 - 7 \times 1 = 9$

donc si (x ; y) est une solution de l'équation,

alors $4x - 7y = 9$

alors $4x - 7y = 4 \times 4 - 7 \times 1$

alors $4(x - 4) = 7(y - 1)$

alors 4 divise $7(y - 1)$

alors 4 divise $(y - 1)$ d'après le théorème de Gauss car 4 ne divise pas 7 et car 4 et 7 sont premiers entre eux.

alors $y - 1 = 4k$

alors $\underline{y = 1 + 4k}$.

Pour trouver x, on remplace y par $1 + 4k$ dans $4x - 7y = 9$:

$4x - 7y = 9$

$\Leftrightarrow \quad 4x - 7(1 + 4k) = 9$

$\Leftrightarrow \quad 4x - 28k = 16$

$\Leftrightarrow \quad 4x = 16 + 28k$

$\Leftrightarrow \quad \underline{x = 4 + 7k}$

On a montré que si (x ; y) est une solution de l'équation, alors $x = 4 + 7k$ et $y = 1 + 4k$.

C'et-à-dire que l'ensemble des solutions est inclus dans l'ensemble des couples de la forme

$(4 + 7k ; 1 + 4k)$.

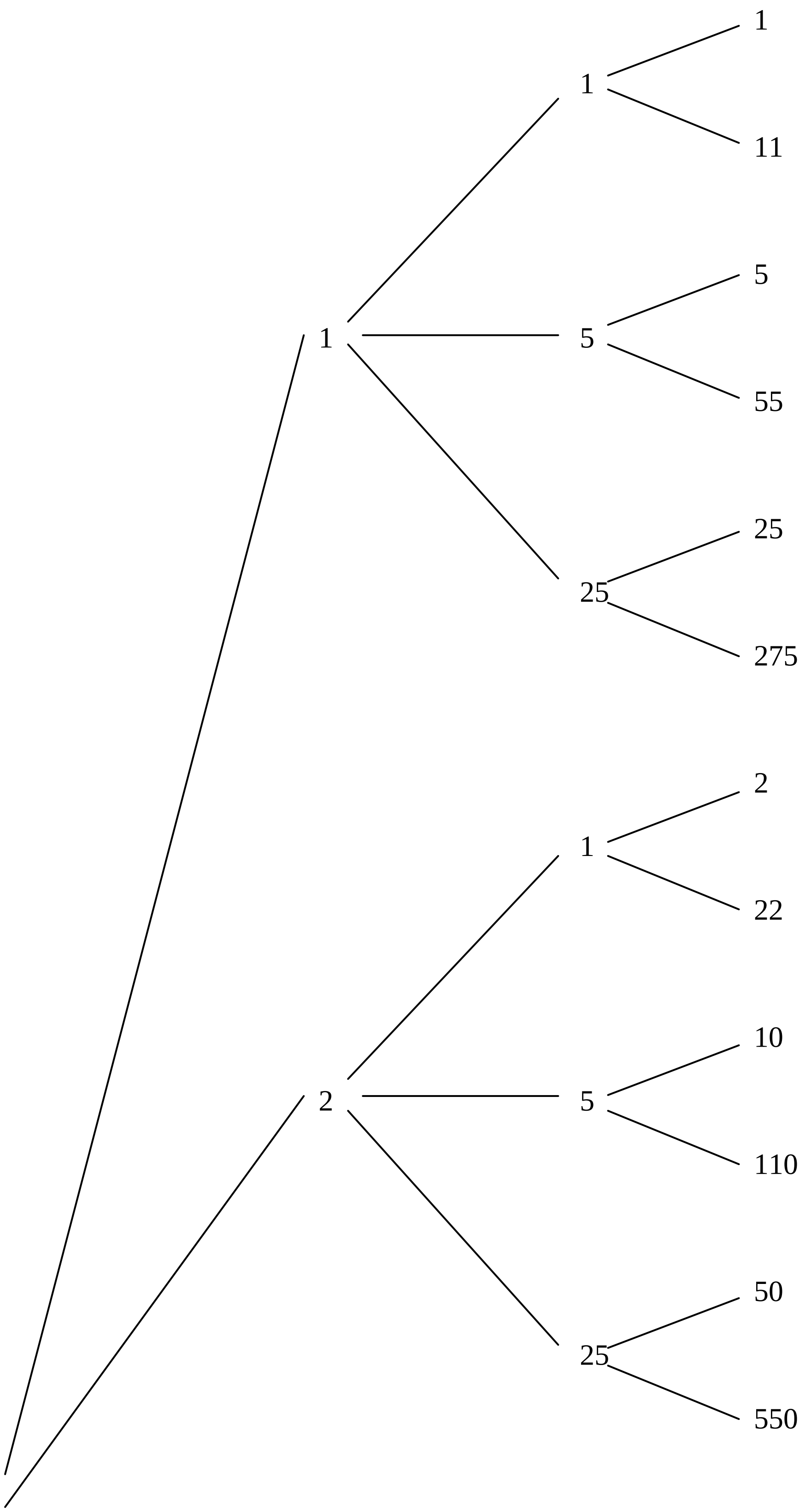
Il reste à montrer la réciproque :

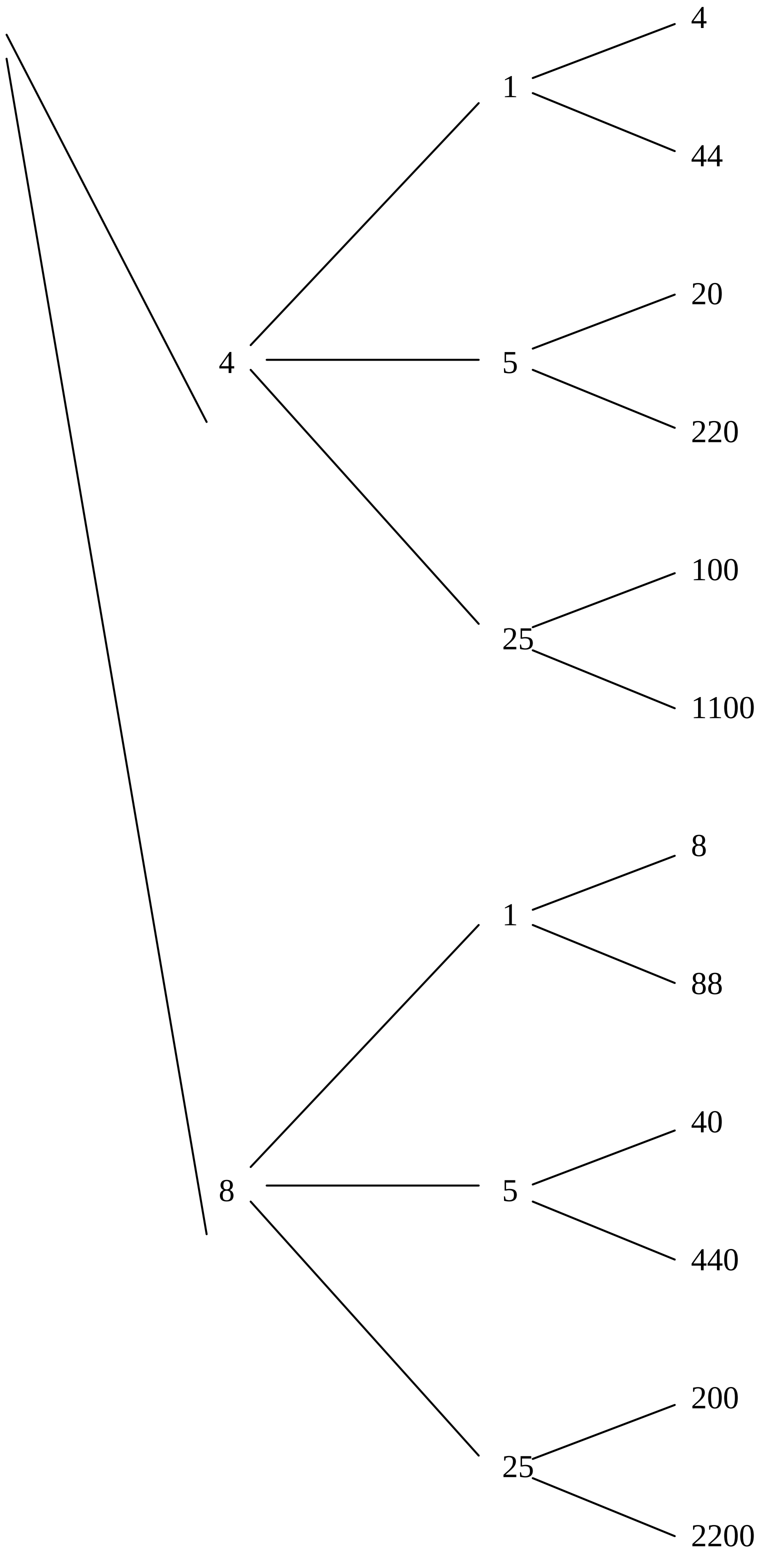
Si $x = 4 + 7k$ et $y = 1 + 4k$,

alors $4(4 + 7k) - 7(1 + 4k) = 16 + 28k - 7 - 28k = 9$.

donc les couples de la forme ($4 + 7k$; $1 + 4k$) sont solution.

Finalement $S = \{ (4 + 7k \,;\, 1 + 4k) , k \in \mathbb{Z} \}$




4
44
1
20
4
5
220
100
25
1100
8
1
88
40
8
5
440
200
25
2200