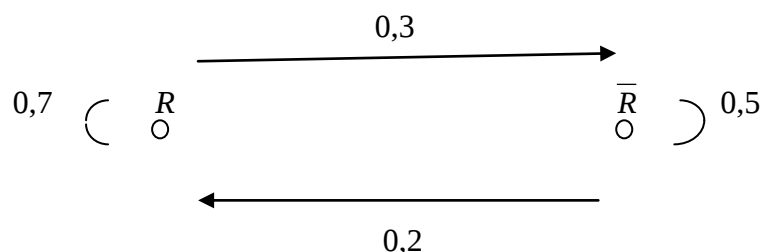


1.



$$2. M = \begin{pmatrix} 0,7 & \dots & 0,3 \\ 0,2 & \dots & 0,5 \end{pmatrix}$$

3. Pierre réussit son premier plongeon donc $a_1 = 1$ et $b_1 = 0$ donc $P_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}$.

4. $P_4 = P_1 M^3 = \begin{pmatrix} 0,475 & 0,525 \end{pmatrix}$ donc la probabilité que Pierre réussisse son quatrième plongeon est 0,475.

$$5. a_{n+1} = 0,7 a_n + 0,2 b_n = 0,7 a_n + 0,2 (1 - a_n) = 0,5 a_n + 0,2.$$

6. Tant que $A > 0,41$

N prend la valeur $N + 1$

A prend la valeur $0,5 \times A$

Fin Tant que

Afficher N

7. a. Le premier terme de (u_n) est $u_0 = a_0 - 0,4 = 1 - 0,4 = 0,6$.

$$u_{n+1} = a_{n+1} - 0,4$$

$$= 0,5 a_n + 0,2 - 0,4$$

$$= 0,5 a_n - 0,2$$

$$= 0,5 (a_n - 0,4)$$

$$= 0,5 u_n$$

donc (u_n) est géométrique de raison 0,5.

On peut aussi rédiger ainsi :

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{a_{n+1} - 0,4}{a_n - 0,4} = \frac{0,5 \times a_n + 0,2 - 0,4}{a_n - 0,4} = \frac{0,5 \times a_n - 0,2}{a_n - 0,4} = \frac{0,5 \times (a_n - 0,4)}{a_n - 0,4} = 0,5$$

donc $u_{n+1} = 0,5 u_n$ donc (u_n) est géométrique de raison 0,5.

7. b. donc $u_n = u_1 \times 0,5^{n-1}$ donc $a_n = (1 - 0,4) \times 0,5^{n-1} + 0,4$ donc $a_n = 0,6 \times 0,5^{n-1} + 0,4$.

7.c. $a_n \leq 0,41 \Leftrightarrow 0,6 \times 0,5^{n-1} + 0,4 \leq 0,41$

$$\Leftrightarrow 0,6 \times 0,5^{n-1} \leq 0,01$$

$$\Leftrightarrow 0,5^{n-1} \leq 0,01/0,6$$

$$\Leftrightarrow (n-1) \ln 0,5 \leq \ln (1/60)$$

$$\Leftrightarrow n \geq 1 + (\ln (1/60)) / \ln 0,5 \quad \text{car } \ln 0,5 < 0 \text{ car } 0,5 < 1$$

$$\Leftrightarrow n \geq 6,9.$$

Pierre arrêtera donc de plonger après le septième plongeon.

On peut aussi rédiger ainsi :

$$(n-1) \ln 0,5 \leq \ln (1/60) \Leftrightarrow (n-1) (-\ln 2) \leq -\ln 60$$

$$\Leftrightarrow n-1 \geq \frac{\ln 2}{\ln 60} \quad \text{car } -\ln 2 < 0$$

$$\Leftrightarrow n-1 \geq 5,9$$

$$\Leftrightarrow n \geq 6,9.$$