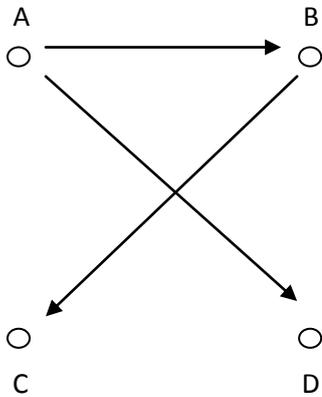


Matrice d'adjacence d'un graphe

Pour les graphes orientés



Ce graphe a pour matrice d'adjacence $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

Trois coefficients de la matrice valent 1. Chacun d'eux désigne une arrête du graphe.

Le coefficient à la première ligne et à la deuxième colonne est égal à 1 : $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Cela indique qu'une arrête a pour origine A et pour extrémité B.

Le coefficient à la première ligne et à la quatrième colonne est égal à 1 : $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Cela indique qu'une arrête a pour origine A et pour extrémité D.

Le coefficient à la deuxième ligne et à la troisième colonne est égal à 1 : $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Cela indique qu'une arrête a pour origine B et pour extrémité D.

Tous les autres coefficients valent 0. Cela indique qu'il n'y a pas d'autre arrête.

On peut calculer la matrice $A^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

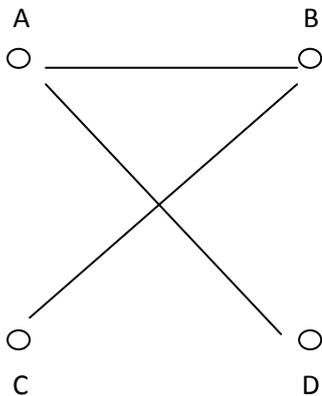
Cette matrice indique les chaînes de longueur 2. On peut donc constater que ce graphe admet une seule chaîne de longueur 2, d'origine A et d'extrémité C. C'est la chaîne A-B-C.

On peut calculer la matrice $A^3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Elle indique que ce graphe n'admet pas de chaîne de longueur 3.

Pour les graphes non orientés

C'est comme le précédent mais chaque arrête est comptée une fois dans chaque sens.



Ce graphe a pour matrice d'adjacence $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

$A^2 = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ car il y a 8 chaînes de longueur 2 :

Deux chaînes de A à A : A-B-A et A-D-A.

Deux chaînes de B à B : B-A-B et B-C-B.

La première ligne de la matrice donne aussi la chaîne de A à C : A-B-C.

La deuxième ligne de la matrice donne aussi la chaîne de B à D : B-A-D.

La troisième ligne de la matrice donne aussi la chaîne de A à C : A-B-C et la chaîne de C à C : C-B-C.

La quatrième ligne de la matrice donne aussi la chaîne de B à D : B-A-D et la chaîne de D à D : D-A-D.

$$A^3 = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 0 & 2 \\ 3 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \text{ car il y a 16 chaînes de longueur 3.}$$

Les 3 chaînes de B à A sont B-A-B-A ; B-C-B-A et B-A-D-A.

etc.