Rappels sur les suites géométriques

Dans tout ce qui suit, on ne manipule que des nombres strictement positifs.
Tous les termes de toutes les suites sont strictement positifs.
La raison de toutes les suites géométriques est strictement positive.

Def: une suite est géométrique si l'on passe d'un terme au suivant en multipliant toujours par le même nombre. Ce nombre s'appelle la raison de la suite.
Exemple : (u_n) est la suite géométrique de premier terme 3 et de raison 2.

$u_0 = 3$
$u_1 = 6$
$u_2 = 12$
$u_3 = 24$
$u_4 = 48$
etc.

$u_0 = 3$
$\downarrow \times 2$
$u_1 = 6$
$\downarrow \times 2$
$u_2 = 12$
$\downarrow \times 2$
$u_3 = 24$
$\downarrow \times 2$
$u_4 = 148$

Pour passer de u_0 à u_1, on multiplie une fois par 2 :

$$u_1 = u_0 \times 2 = 3 \times 2 = 6.$$

Pour passer de u_0 à u_2, on multiplie deux fois par 2 :

$$u_2 = u_0 \times 2 \times 2 = u_0 \times 2^2 = 12$$

Pour passer de u_0 à u_3, on multiplie trois fois par 2 :

$$u_3 = u_0 \times 2 \times 2 \times 2 = u_0 \times 2^3 = 24.$$

$u_0 = 3$ $\quad \times 2 \quad \times 2^2 \quad \times 2^3 \quad \times 2^4$
$u_1 = 6$
$u_2 = 12$
$u_3 = 24$
$u_4 = 48$

On généralise: pour passer de u_0 à u_n, on multiplie n fois par 2 donc $u_n = 3 \times 2^n$.

Le <u>terme général</u> de la suite (u_n) est $u_n = 3 \times 2^n$.
Par exemple, $u_{10} = 3 \times 2^{10} = 3072$.

<u>Formule</u>
Soit (u_n) une suite géométrique de raison q.
Pour passer du terme de rang 0 au terme de rang n, on multiplie n fois par la raison donc le terme général d'une suite géométrique (u_n) est $u_n = u_0 \times q^n$.

<u>Exercice</u>: (u_n) est la suite géométrique de premier terme 5 et de raison - 2.
1/ Donner le terme général de cette suite.
2/ Donner u_{12}.

1/ (u_n) est géométrique donc $u_n = u_0 \times q^n$ pour tout n
donc le terme général de (u_n) est $u_n = 5 \times (- 2)^n$.
2/ donc $u_{12} = 5 \times (- 2)^{12}$ donc $u_{12} = 20\,480$.

<u>Question</u>: quelle est la définition récurrente de la suite géométrique de premier terme (u_0) et de raison r ?

<u>Attention</u> il ne faut pas s'imaginer que toutes les suites sont arithmétiques ou géométriques.
Un exemple: la suite définie par $u_n = n^2$.$u_0 = 0$; $u_1 = 1$; $u_2 = 4$.Pour passer de u_0 à u_1 on ajoute 1, pour passer de u_1 à u_2 on ajoute 3 donc (u_n) n'est pas arithmétique.Vérifiez de même qu'elle n'est pas géométrique.